EXERCICE N°3 :	20'	3 points	

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^4 = 16$.

2°) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E'): (z-i)^3 = 4(\overline{z}+i)$

a) Vérifier que i est une solution de (E').

b) Montrer que si z est une solution de (E') distincte de i alors $|z-i|^2 = 4$.

c) En déduire que si z est une solution de (E') distincte de i alors $(z-i)$ est une solution de (E).

d) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E').

EXERCICE N°4 :	40'	6 points	

A) Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{x} - \ln x$.

1°) Dresser le tableau de variation de g.

2°) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha > 0$.

3°) Donner le signe de g sur $]0,+\infty[$.

B) Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = e^{3-x}\ln(x)$.

On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1°) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que $f'(x) = e^{3-x}g(x)$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

2°) Vérifier que $\ln(f(\alpha)) = 3-\alpha-\ln\alpha$.

3) On a tracé dans la figure de la page annexe la courbe Γ de la fonction logarithme népérien et on a placé sur l'axe des abscisses le réel α.

a) En utilisant la courbe Γ, placer sur l'axe des ordonnées le réel $\ln\alpha$ puis le réel $3-\alpha-\ln\alpha$.

b) En utilisant encore la courbe Γ,Placer sur l'axe des abscisses puis sur l'axe des ordonnées le réel $f(\alpha)$.

c) Construire, alors, le point $A(\alpha, f(\alpha))$ puis tracer la courbe $\mathcal{C}$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn